

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Удмуртской Республики**

**Управление образования Администрации города Ижевска**

**МБОУ "СОШ № 35"**

РАССМОТРЕНО

школьной предметной  
комиссией

СОГЛАСОВАНО

педагогическим  
советом

УТВЕРЖДЕНО

приказом  
МБОУ "СОШ № 35"



Кашина А.И.

Протокол №1  
от «29» августа 2023 г.

Протокол №1

от «29» августа 2023 г.

Дитиримова Е.Р.

Приказ №188-од  
от «29» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**учебного курса «Практикум по решению геометрических задач»**

для обучающихся 10-11 классов

**Ижевск 2023**

### Пояснительная записка.

Рабочая программа учебного курса «Практикум по решению геометрических задач» для 10-11 классов составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования.

Нормативно-правовая основа для составления рабочей программы по математике:

- Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями);
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»;
- Приказ Министерства просвещения РФ от 20.05. 2020 г. №254 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность»;
- Приказ Министерства просвещения РФ № 766 от 23 декабря 2020 г. «О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утвержденный приказом министерства просвещения РФ от 20 мая 2020г. № 254»;
- Примерные программы по предметам, созданные на основе ФГОС СОО;
- Учебный план организации, осуществляющей образовательную деятельность на 2023-2024 учебный год;
- Годовой календарный график организации, осуществляющей образовательную деятельность на 2023 -2024 учебный год;
- Положение о рабочей программе.

Геометрия – раздел математики, являющийся носителем собственного метода познания мира, с помощью которого рассматриваются формы и взаимное расположение предметов, развивающих пространственные представления, образное мышление учащихся, изобразительно - графические умения, приемы конструктивной деятельности, формируют геометрическое мышление. Несмотря на цели и задачи, сформулированные в учебных программах по математике и геометрии 5-9 классов, согласно которым у учеников на протяжении пяти лет должны быть сформированы пространственное мышление и воображение, умение выделять плоскостные объекты в составе пространственных объектов, на практике дело обстоит иначе. Анализ современных учебников геометрии показывает, что школьный курс стереометрии страдает в своей практической части недостаточной преемственностью курса планиметрии, слабой взаимосвязью с другими учебными предметами и не является в полной мере составной частью базы знаний, необходимых учащимся для продолжения образования в высших учебных заведениях. Сокращение количества часов на изучение геометрии в 10-11 классах повлекло за собой уменьшение практической направленности курса, т. е. снижение умений решать задачи.

Данный элективный курс представлен в виде практикума, который позволит, расширить и систематизировать знания учащихся в использовании методов решения стереометрических задач. Программа курса предусматривает изучение «Метода сечений» для решения задач различного уровня сложности. Метод сечений, известен своей универсальностью. Он применяется в некоторых разделах физики, в теоретической механике, сопротивлении материалов, в некоторых разделах высшей математики, других естественных науках и технических дисциплинах высшего образования. Этот метод оказывает значительное влияние на развитие у учащихся пространственных представлений и пространственного мышления.

### **Цели курса:**

- Расширение и углубление знаний учащихся о методах и приемах решения стереометрических задач.
- Развитие интереса к предмету и возможности овладения им с точки зрения дальнейшей перспективы применения полученных знаний в своей будущей профессии.

### **Задачи курса:**

- Развитие пространственных представлений и воображения учащихся;
- Систематизация теоретических знаний учащихся по стереометрии;
- Формирование графической культуры учащихся при построении моделей многогранников.

При организации изучения элективного курса по геометрии необходимо использовать личностно-ориентированные технологии, направленные на запланированный конечный результат. Для передачи теоретического материала наиболее эффективны уроки-лекции, для закрепления материала уроки-практикумы. Основной формой учебного процесса должна стать исследовательская деятельность учащихся.

**Программа данного элективного курса составлена на основе материалов Л.Силаева «Метод сечений в стереометрии», опубликованном в газете «Математика» № 35-1998г.,** содержит дидактические материалы (Приложение 1,3), темы творческих работ (Приложение 4), календарно-тематическое планирование и список литературы.

Успешность освоения курса оценивается на итоговом зачете (Приложение 2). Итоговая работа оценивается оценкой «зачтено», если учащийся выполнил три задания контрольной работы.

Содержание материала, уровневая индивидуализация учебной и дифференциация обучающей деятельности на фоне благоприятного психологического климата помогут ученику сформировать общеучебные умения и навыки, повысить его образовательный уровень, что связано с дальнейшим успешным самообразованием и профессиональным самоопределением.

Для получения эффективных результатов обучения имеет смысл использовать на занятиях компьютер и интерактивную доску, которые помогут как в визуализации результатов работы с данными, так и при решении задач. Это позволит учащимся на практике использовать компьютер при оперировании пространственными объектами в 11 классе.

Материал, представленный в данном элективном курсе, характеризуется следующими особенностями:

1. Метод сечений применяется только для многогранников.
2. В задачах используются в основном только простейшие многогранники - с целью доступности решения этих задач учащимися, а также в виду возможности применения одних и тех же геометрических конструкций по несколько раз для изучения различных тем
3. Часть задач представлено без числовых данных для того, чтобы создать возможность их многовариантного применения. В некоторых задачах намеренно повторяются алгоритмы вычисления различных элементов с целью упрочнения умений и навыков учащихся и стандартизации к решению предложенных и аналогичных задач.

Тематическое планирование построено так, что ученики на элективном курсе углубляют знания, полученные на уроках геометрии, и получают умения решать задачи повышенной сложности. Элективный курс рассчитан на учащихся 11 класса, изучающих математику, как на профильном уровне, так и при универсальном обучении.

«Практикум по решению стереометрических задач» рассчитан на 34 часа..

## **Методические рекомендации**

Знакомство учащихся с целями и задачами курса. На первом занятии учащимся предлагается ряд задач повышенной сложности, решение которых потребует от них знания многих тем элективного курса. Класс делится на группы, каждая группа получает задачу (Приложение 3). Защита задач проходит на последнем занятии. По желанию учащиеся могут приготовить реферат, проект, провести исследовательскую работу по данной теме (Приложение 4).

### **Тема 1. Методы построения сечения многогранников**

Тема «Методы решения задач на построение сечений многогранников» предполагает изучение основных методов построения сечений. На первом занятии этой темы следует решить простейшие задачи на построение сечений параллелепипеда и тетраэдра. При изучении темы можно использовать презентационный материал, который поможет учителю при организации учебно - воспитательного процесса, а ученикам – для визуализации результатов работы, развития пространственного мышления, привития устойчивого интереса к геометрии. На занятиях необходимо использовать устные задачи, для того, чтобы ученики могли научиться представлять всю стереометрическую конструкцию «в уме» и устно выполнять необходимые расчеты. Устные задачи помогут учителю активизировать учебный процесс, и будут способствовать лучшему пониманию учебного материала школьниками.

### **Тема 2. Нахождение площади сечений в многогранниках.**

На первом занятии по теме при решении задач используются основные формулы площадей многоугольников, изученные в курсе планиметрии. При рассмотрении теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника следует использовать «вставку прямоугольного треугольника» между плоскостью сечения и плоскостью той грани призмы (как правило основания) на которую проецируется фигура в сечении, - причем со стороны острого угла между плоскостями (Приложение. Тема 2 задача № 12).

### **Тема 3. Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках**

Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках традиционно считается трудной темой для учащихся.

Для нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми можно рекомендовать рассмотрения 4-х основных способов решения задач.

*1. нахождение длины общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых, т.е. отрезка с концами на этих прямых и перпендикулярного им обеим.*

Применение этого способа ограничено простыми примерами, так как в сложных задачах не только сложно определить местоположение их общего перпендикуляра, но и вычислить его длину.

*2. нахождение расстояния от одной скрещивающейся прямой до параллельной ей плоскости, проходящей через другую прямую.*

*3. нахождение расстояния между двумя параллельными плоскостями, проходящими, через заданные скрещивающиеся прямые.*

Данный способ применяется в сложных задачах в том случае, если когда есть возможность построения двух параллельных сечений, содержащих скрещивающиеся прямые.

*4. Нахождение расстояния от точки, являющейся проекцией одной из скрещивающихся прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на ту же самую плоскость.* Применять этот способ при решении простых задач нет необходимости, так как первые три дают результат быстрее и проще. Для задач же средней и повышенной трудности данный способ можно считать основным (универсальным). Все четыре способа легко (устно) демонстрируются на простейшей модели, приведенной в задаче №1 (Приложение1. Тема 3).

### **Тема 4. «Определение угла между плоскостями»**

При изучении данной темы следует рассмотреть два способа построения и определения угла между плоскостями. 1-й классический, его иллюстрирует Задача № 228 из «Сборника задач по стереометрии» (автор Л.М. Лоповок). Второй способ «Метод введения прямоугольного треугольника».

**5. Заканчивается изучение элективного курса Решением задач повышенной сложности:** Данные задачи представлены в Приложении и в учебном пособии Ю.А. Глазкова, «Сборник заданий и методических рекомендаций ЕГЭ».

**6. Заключительное занятие** проходит в виде защиты решенных задач, проектов, рефератов над которыми обучающие работы в течение семестра.

Требования к уровню подготовки учащихся.

*Исходя из задач преподавания курса «Практикум по решению стереометрических задач», программа предусматривает формирование следующих умений и навыков:*

- изображать на рисунках и чертежах пространственные геометрические фигуры и их комбинации, задаваемые условиями задач; выделять изученные фигуры на моделях и чертежах;
- вычислять значения геометрических величин, используя изученные формулы, а также аппарат алгебры, анализа и тригонометрии;

применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований) к решению геометрических задач.

**Содержание обучения.**

### **1. Методы построения сечения многогранников. 6ч**

Простейшие задачи на построение сечений параллелепипеда и тетраэдра. Аксиоматический метод (Метод следов. Метод внутреннего проектирования). Комбинированный метод (Метод параллельных прямых. Метод параллельного переноса секущей плоскости). Метод выносных чертежей (Метод разворота плоскостей).

### **2. Нахождение площади сечений в многогранниках. 12ч**

Площади многоугольников. Признаки подобия треугольников. Ортогональное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

### **3. Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках. 4ч**

Четыре способа решения задач:

1. Нахождение длины общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых, то есть отрезка с концами на этих прямых и перпендикулярного обеим.
2. Нахождение расстояния от одной из скрещивающихся прямых до параллельной ей плоскости, проходящей через другую прямую.
3. Нахождение расстояния между двумя параллельными плоскостями, проходящими через заданные скрещивающиеся прямые.
4. Нахождение расстояния от точки, являющейся проекцией одной из скрещивающихся прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на ту же самую плоскость

### **4. Нахождение угла между плоскостями. 4ч**

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Многогранный угол. Зависимость между плоскими и двугранными углами многогранных углов.

### **5. Решение задач повышенной сложности.**

#### **Отношение объемов частей многогранника. 8ч.**

Объемы многогранников. Решение задач по всем разделам курса, в которых используются геометрические конструкции из рассмотренных задач разделов 1-4, в которых: 1) построено не более двух сечений; 2) все части многогранника не

равновелики; 3) из частей многогранника, хотя бы одна должна быть хорошо известным геометрическим телом.

Дидактический материал к пунктам 1-5 представлен в Приложении 1.

### Календарно - тематическое планирование

№ п/п	Наименование разделов и тем	Количество часов	Календарные сроки		Виды деятельности учащихся	Оборудование, контрольно-измерительные материалы	Примечание
			план	факт			
1	Методы решения задач на построение сечений многогранников. Метод следов, метод вспомогательных сечений. Комбинированный метод.	2			Составление алгоритма действия Практическая работа	Реберные модели многогранников Слайд- лекция «Построение сечений многогранников»	Приложение 1,3,4
2	Методы решения задач на построение сечений многогранников. Метод внутреннего проектирования. Метод параллельных прямых	2			Составление алгоритма действия Практическая работа Работа в группах	Реберные модели многогранников Слайд- лекция «Построение сечений многогранников»	Приложение 1
3	Методы решения задач на построение сечений многогранников. Метод параллельного переноса секущей плоскости. Метод выносных чертежей (Метод разворота плоскостей).	2			Составление алгоритма действия Практическая работа Работа в группах	Реберные модели многогранников Слайд- лекция «Построение сечений многогранников»	Приложение 1
4	Нахождение площади сечений в многогранниках. (куб, призма).	2			Практикум по решению задач Работа в парах, четверках.	Раздаточный материал	Приложение 1
5	Нахождение площади сечений в многогранниках (пирамида)	2			Практикум по решению задач Работа в парах, четверках.	Реберные модели многогранников Раздаточный материал	Приложение 1
6	Решение задач на вычисление сечений с использованием свойств подобных треугольников	2			Составление алгоритма действия. Практикум по решению задач	Реберные модели многогранников	Приложение 1

7	Решение задач на вычисление сечений с использованием свойств подобных треугольников	2			Практикум по решению задач.	Реберные модели многогранников Раздаточный материал	Приложение 1
8	Нахождение площади сечений в многогранниках с применением теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника	2			Работа с литературой, изучение теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника. Решение задач по теме.	Реберные модели многогранников Раздаточный материал	Приложение 1
9	Нахождение площади сечений в многогранниках с применением теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника	2			Практикум по решению задач	Реберные модели многогранников Раздаточный материал	Приложение 1
10	Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках	2			Работа с демонстрационным материалом. Решение задач.	Реберные модели многогранников	Приложение 1
11	Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках	2			Практикум по решению задач	Реберные модели многогранников	Приложение 1
12	Нахождение угла между плоскостями	2			Работа с демонстрационным материалом Практикум по решению задач	Реберные модели многогранников	Приложение 1
13	Нахождение угла между плоскостями	2			Практикум по решению задач	Раздаточный материал	Приложение 1
14	Отношение объемов частей многогранника	2			Практикум по решению задач. Работа в группах	Раздаточный материал	Приложение 1
15	Отношение объемов частей многогранника	2			Практикум по решению задач	Раздаточный материал	Приложение 1
16	Контрольная работа	2			Выполнение заданий контрольной работы.	Раздаточный материал	Приложение 2
17	Итоговое занятие	2			Работа в группах Защита решения задач,		

					исследовательских работ.		
--	--	--	--	--	--------------------------	--	--

## Литература

1. Глазков, Ю.А. Сборник заданий и методических рекомендаций ЕГЭ. / Ю.А. Глазков, М.: Просвещение, 2017., 125с
2. Корнеева, А.О. Геометрические построения в курсе средней школы. / А.О. Корнеева. Саратов.Лицей, 2013г. 75с.
3. Литвиненко, В.Н. Задачи на развитие пространственных представлений/ В.Н. Литвиненко, М.: Просвещение, 2013г., 223с.
4. Лоповок, Л.М. Сборник задач по стереометрии/ Л.М, Лоповок, Л.М. М.: Просвещение, 2013г., 122с
5. Костицын, В.Н. Моделирование на уроках геометрии/ В.Н. Костицын, М.: ВЛАДОС, 2013г, 107с..
6. Потоскуев, Е.В. Геометрия 10 класс. / Е.В, Потоскуев, Звавич Л.И..М.: Дрофа, 2013г. 224с.
7. Шарыгин, И.Ф. Геометрия 10 класс. / И.Ф. Шарыгин М.Дрофа, 2013г. 223с.
8. Зив, Б.Г. Стереометрия. Устные задачи./ СПб.: ЧеРо-на-Неве, 2013г. 87с.
9. **Математика 1998 № 35. Л.Силаев. Метод сечений в стереометрии.**

**Дидактический материал для проведения занятий по элективному курсу**

**Тема 1. Методы построения сечения многогранников**

Метод следов

1. На ребрах  $BB_1$ ,  $CC_1$  и  $DD_1$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  заданы соответственно точки  $P$ ,  $Q$  и  $R$  построить основной след секущей плоскости  $PQR$
2. На ребре  $MC$  пирамиды  $MABCD$  задана точка  $P$ , в грани  $MAВ$ - точка  $Q$ , а внутри пирамиды, в плоскости  $MBD$ - точка  $R$ . Построить основной след секущей плоскости  $PRQ$ .
3. На грани  $CC_1D_1D$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  задана точка  $P$ , а на ее ребрах  $AA_1$  и  $B_1C_1$  соответственно точки  $Q$  и  $R$  Построить сечение призмы плоскостью  $PRQ$ .
4. На ребре  $MC$  пирамиды  $MABCD$  задана точка  $P$ , в гранях  $MAД$  и  $MAВ$  заданы соответственно точки  $Q$  и  $R$ . Построить сечение плоскостью  $P R Q$ .

Геометрический метод

1. Высота правильной призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  в два раза меньше диагонали основания. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $B$ , перпендикулярно прямой  $B_1O$ , где  $O$ - точка пересечения диагоналей основания.
2. Высота правильной призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  в два раза меньше диагонали основания. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $E$ , середину ребра  $AB$ , перпендикулярно прямой  $B_1O$ .

Метод вспомогательных сечений.

1. На грани  $CC_1D_1D$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  задана точка  $P$ , а на ее ребрах  $AA_1$  и  $B_1C_1$  соответственно точки  $Q$  и  $R$  Построить сечение призмы плоскостью  $PRQ$  методом вспомогательных сечений.
2. На ребре  $MC$  пирамиды  $MABCD$  задана точка  $P$ , в гранях  $MAД$  и  $MAВ$  заданы соответственно точки  $Q$  и  $R$ . Построить сечение плоскостью  $P R Q$  методом вспомогательных сечений.

Комбинированный метод

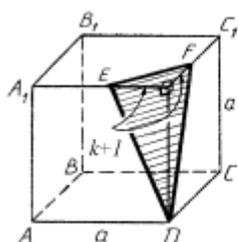
1. На ребрах  $AA_1$ ,  $CC_1$ ,  $DD_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  заданы соответственно точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , а на ребре  $BB_1$  задана точка  $K$ . Построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $K$  параллельно плоскости  $PRQ$ .
2. На ребрах  $BC$ ,  $CD$ ,  $CC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  заданы соответственно точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , а на ребре  $AA_1$  задана точка  $K$ . Построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $K$  параллельно плоскости  $PRQ$ .
3. На ребре  $CC_1$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  задана точка  $P$ . Построить прямую, проходящую через точку  $A$  параллельно прямой  $DP$ .

4. На ребрах  $CC_1$ ,  $BC_1$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  заданы соответственно точки  $P$ ,  $Q$ . Построить сечение призмы плоскостью  $PRQ$ , проходящей через точку  $BA$  параллельно прямым  $DP$  и  $CQ$ .

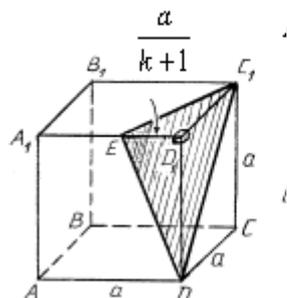
5. На ребре  $CC_1$  призмы  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  задана точка  $P$ . Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $A$ , параллельно прямым  $DP$  и  $B_1D_1$ .

## Тема 2. Нахождение площади сечений в многогранниках.

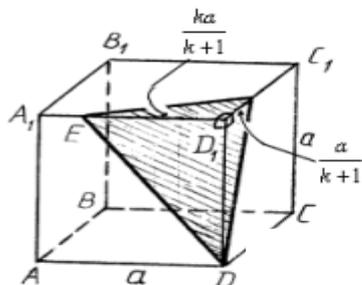
1. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершину  $D$  и точки  $E$  и  $F$  на ребрах  $A_1D_1$  и  $C_1D_1$  соответственно, если  $A_1E = k \cdot D_1E$  и  $C_1F = k \cdot D_1F$ .



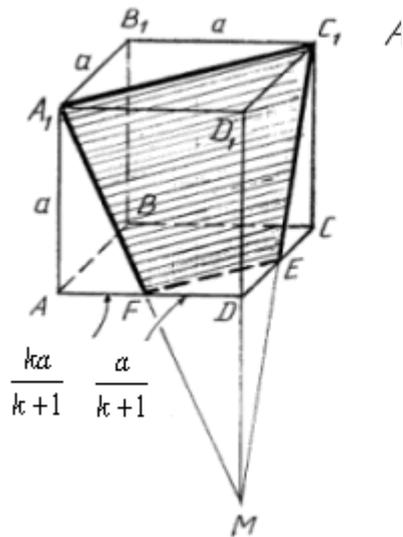
2. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершины  $C_1$  и  $D$  и точку  $E$  на ребре  $A_1D_1$ , если  $A_1E = k \cdot D_1E$ .



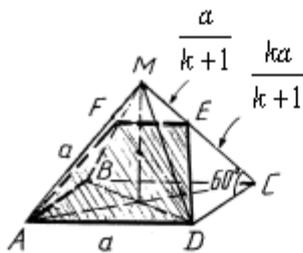
3. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершину  $D$  и точки  $E$  и  $F$  на ребрах  $A_1D_1$  и  $D_1C_1$  соответственно, если  $D_1E = k \cdot A_1E$  и  $C_1F = k \cdot D_1F$ .



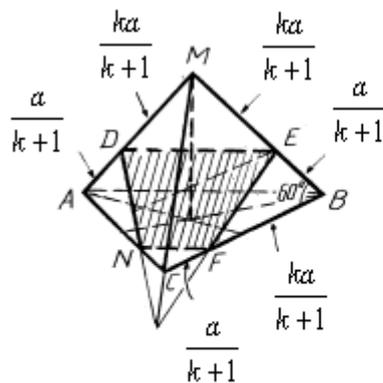
4. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершины  $A_1$  и  $C_1$  и точку  $F$  на ребре  $AD$ , если  $AF = k \cdot DF$ .



5. Найти площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды ABCDM с ребрами  $a$  (половинка октаэдра) плоскостью, проходящей через сторону основания AD и точку E на боковом ребре MC, если  $CE = k \cdot ME$ .



5. Найти площадь сечения правильного тетраэдра ABCM с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через точки D, E и F на ребрах MA, MB и BC соответственно, если  $MD : AD = ME : BE = BF : CF = k$ .



6. Найти площадь сечения правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  плоскостью, проходящей через сторону основания  $A_1 B_1$  и точку  $D$  на стороне  $BC$  другого основания, если  $CD = k \cdot BD$ , сторона основания призмы равна  $a$  и высота  $H = na$ .

7. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершину  $C_1$  и середины ребер  $A_1 D_1$  и  $CD$ .

8. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершины  $B_1$  и  $D$  и середину ребра  $CC_1$ .

9. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершины  $B_1$  и  $D$  и точку  $M$  на ребре  $CC_1$ , если  $C_1 M = 2 \cdot CM$ .

10. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершину  $B_1$  и середины ребер  $AD$  и  $CD$ .

11. В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H = na$  найти площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершину  $C$  и середины ребер  $AA_1$  и  $A_1 B_1$ .

12. Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через середину ребер  $AD$  и  $CD$  и точку  $B_2$  на ребре  $BB_1$  при условии  $BB_2 = k \cdot B_1 B_2$ .

13. Найти площадь сечения правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H = na$  плоскостью, проходящей через вершину  $B_1$  и середины ребер  $AD$  и  $CD$ .

14. Найти площадь сечения правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H = ka$  плоскостью, проходящей через середины ребер  $B_1 C_1$ ,  $DE$  и  $EF$ .

15. Найти площадь сечения правильной четырехугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H = na$  плоскостью, проходящей через вершину  $B_1$  и середины ребра  $CD$  и точку  $F$  ребра  $AD$  при условии  $DF = 2 \cdot AF$

### **Тема 3. Нахождение расстояния и угла между скрещивающимися прямыми в многогранниках**

1. В кубе с ребром  $a$  найти расстояние и угол между любым ребром и диагональю не пересекающей его грани.

2. В кубе с ребром  $a$  найти расстояние и угол между непересекающимися диагоналями двух смежных граней.

3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $a$  найти расстояние и угол между прямыми  $AC$  и  $B_1 F$  при условии, что  $F$  принадлежит  $DD_1$  и  $DF = k \cdot D_1 F$ .

4. В правильной четырехугольной пирамиде  $ABCD M$  со стороной основания  $a$  и боковым ребром  $L = ka$  найти расстояние и угол между:

1) боковым ребром и не пересекающейся с ним диагональю основания;

2) апофемой и не пересекающейся с ней стороной основания.

5. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде со сторонами оснований  $a$  и  $b$  и высотой  $H$  найти расстояние и угол между главной диагональю и не пересекающейся с ней диагональю большего основания.

6. В правильной четырехугольной пирамиде со стороной основания  $a$  и боковым ребром  $L = kA$  найти расстояние и угол между апофемой и диагональю основания.

7. В правильной шестиугольной пирамиде со стороной основания  $a$  и боковым ребром  $L = kA$  найти расстояние и угол между:

- 1) боковым ребром и не пересекающейся с ним стороной основания;
- 2) боковым ребром и непересекающейся с ним диагональю основания.

8. В правильной треугольной призме высотой  $H = kA$  найти расстояние и угол между диагональю боковой грани и непересекающейся с ней стороной основания  $a$ .

#### Тема 4. «Определение угла между плоскостями»

1. В кубе  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  определить угол между плоскостями сечений  $AB_1C_1D$  и  $CB_1A_1D$ .

2. В прямоугольном параллелепипеде с размерами  $a, b, H$  определить угол между секущими плоскостями, проходящими через главную диагональ и соответственно через стороны основания  $a$  и  $b$ .

3. В кубе  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  определить угол между диагональной плоскостью  $BB_1D_1D$  и плоскостью сечения, проходящей через вершины  $A_1, C$  и точку  $F$  на ребре  $DD_1$  при условии  $D_1F = kDF$ .

4. В кубе  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  определить угол, образованный плоскостями сечений  $AB_1C$  и  $A_1FC$  при условии, что  $F$  лежит на  $DD_1$  и  $DF = kD_1F$

5. В правильной четырехугольной пирамиде  $ABCDM$ , все ребра которой равны, определить угол, образованный плоскостью проходящей через боковое ребро  $BM$  и высоту пирамиды  $MO$ , и плоскостью, проходящей через то же боковое ребро и точку  $Z$  принадлежащую  $AD$  при условии  $DP = kAP$

#### Тема 5. Решение задач повышенной сложности

Тема 2. Задачи № 1, 2, 4, 7, 12, 15. Тема 4. задачи № 2, 3, 4. В данных задачах выделить дополнительный вопрос *Найти отношение объемов частей куба* (или в каком отношении объем куба делится указанным сечением).

Задачи из сборника Глазков, Ю.А. Сборник заданий и методических рекомендаций ЕГЭ. /Ю.А, Глазков, М.: Просвещение, 2010., 125с

**Контрольная работа**  
(для проведения итогового зачета по курсу)

**ВАРИАНТ 1**

1	В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием $ABC$ известны ребра: $AB = 24\sqrt{3}$ , $SC = 25$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер $AS$ и $BC$ .
2	В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AB = 6$ , $AD = 8$ , $CC_1 = 16$ . Найдите угол между плоскостями $ABC$ и $A_1 DB$ .
3	Найти площадь сечения куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром $a$ плоскостью, проходящей через вершину $D$ и точки $E$ и $F$ на ребрах $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ соответственно, если $A_1 E = 6 \cdot D_1 E$ и $C_1 F = 6k \cdot D_1 F$ .
4	В правильной шестиугольной пирамиде со стороной основания $a$ и боковым ребром $L = 2a$ найти расстояние и угол между: 1) боковым ребром и не пересекающейся с ним стороной основания; 2) боковым ребром и не пересекающейся с ним диагональю основания.

**ВАРИАНТ 2**

1	В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием $ABC$ известны ребра: $AB = 20\sqrt{3}$ , $SC = 29$ . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер $AS$ и $BC$ .
2	В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AB = 5$ , $AD = 12$ , $CC_1 = 15$ . Найдите угол между плоскостями $ABC$ и $A_1 DB$ .
3	Найти площадь сечения куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром $a$ плоскостью, проходящей через вершину $D$ и точки $E$ и $F$ на ребрах $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ соответственно, если $A_1 E = 3 \cdot D_1 E$ и $C_1 F = 3 \cdot D_1 F$ .
4	В правильной шестиугольной пирамиде со стороной основания $a$ и боковым ребром $L = 5a$ найти расстояние и угол между: 1) боковым ребром и не пересекающейся с ним стороной основания; 2) боковым ребром и не пересекающейся с ним диагональю основания.

## Задачи для решения в группе.

### Группа 1

Найдите площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через точки  $E, F, M$  соответственно на ребрах  $A_1B_1, AD$  и  $CD$  при условии  $A_1E: B_1E = AF: DF = CM: DM = k$

### Группа 2

Найдите площадь сечения правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H = kA$  плоскостью, проходящей через середины ребер  $B_1C_1, DE$  и  $EF$

### Группа 3

В правильной треугольной призме высотой  $H = ka$  найти расстояние и угол между диагональю боковой грани и не пересекающейся с ней стороной основания  $a$ .

### Группа 4

В правильной усеченной четырехугольной пирамиде со сторонами оснований  $a$  и  $b$  и высотой  $H$  найти расстояние и угол между главной диагональю и не пересекающейся с ней диагональю большего основания.

### Группа 5

Найти площадь сечения куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с ребром  $a$  плоскостью, проходящей через вершину  $B_1$  и середину ребер  $AD$  и  $CD$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 4

### Темы исследовательских работ.

1. Метод следов построения сечений
2. Метод внутренних проекций
3. Метод дополнения  $n$ -угольной призмы (пирамиды) до треугольной призмы (пирамиды)
4. Метод деления  $n$ -угольной призмы (пирамиды) на треугольные призмы (пирамиды)
5. Метод параллельных прямых
6. Анализ задач по теме «Нахождение углов между плоскостями» в КИМах по математике 2011-2012 г.г.
7. Сборник задач по теме «Нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми» в КИМах по математике 2012 года